

А. МУСТАФИН<sup>1</sup>, А. КАНТАРБАЕВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

## СТЕХИОМЕТРИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЦЕПЕЙ

В работе предложена реконструкция «чёрного ящика» производственной функции Леонтьева-Либиха. Подход основан на предположении, что превращение ресурса в продукт в каждом звене сложной цепи промышленного производства происходит по механизму, аналогичному превращению субстратов в другие молекулы при ферментативном катализе. Показано, что стационарный выпуск такой цепи зависит только от одного лимитирующего фактора производства. Соотношение степеней свободы системы становится возможным благодаря сигмоидному отклику «затраты-выпуск» индивидуальных звеньев цепи.

**Ключевые слова:** производственная функция Леонтьева, закон Либиха, лимитирующий фактор.

**Введение.** Неоклассическая производственная функция устанавливает связь между выпуском продукции и участвующими в её создании факторами производства  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$ :

$$Y = F(\Phi_1, \dots, \Phi_n).$$

В широком смысле слова фактор производства есть функциональный аргумент любой природы, увеличение которого вызывает увеличение выпуска:  $\partial F / \partial \Phi_i > 0$ .

Различаются два типа факторов: вводимые ресурсы и фонды. В ходе процесса производства ресурс потребляется (расходуется, используется). Под потреблением понимается необратимое превращение, физическое воплощение ресурса в материальный продукт. Потребление материального ресурса всегда направлено на уменьшение его количества. Потоки вводимых ресурсов иначе именуется «затратами».

Отличие от ресурсов фонды не потребляются. К фондам относятся, например, земля, капитал и труд. Фонды материально не переходят в выпускаемый продукт, однако необходимо присутствовать в производственном процессе, влияя на его результативность, выступают в роли преобразователей поступающих ресурсов. Хотя фонды непосредственно не расходуются на выпуск, их количество может меняться во времени по воле производителя, и они, кроме того, подвержены физическому износу (амортизации).

Кибернетически производственную функцию можно рассматривать как функцию отклика «чёрного ящика» технологии. Технология выступает в качестве преобразователя ресурсов в продукт с помощью фондов, как показано на Рисунке 1. При этом ресурсы подаются в преобразователь снаружи, тогда как фонды действуют внутри него.

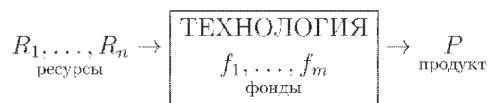


Рисунок 1 – Технология как «чёрный ящик».

Особой разновидностью производственной функции является функция Леонтьева с неважимоменяемыми ресурсами, предложенная в связи с разработкой математического аппарата межотраслевого баланса [1]:

$$Y = Y_0 \min(c_1 / c_{10}, \dots, c_n / c_{n0}).$$

Здесь  $Y_0$  – масштабный множитель, имеющий размерность  $Y$  (потока продукции),  $c_i$  – затраты  $i$ -го ресурса,  $c_{i0}$  – нормативные затраты  $i$ -го ресурса на производство единицы продукции (определяемая технологией постоянная величина).

Производственная функция Леонтьева предполагает, что существует единственный способ изготовления данного продукта с фиксированной структурой затрат.

В таких отраслях экономики, как сельское или лесное хозяйство, рыболовство, а также промышленная экология, часто оперируют с производственной функцией Либиха. Формально она идентична функции Леонтьева, но отличие состоит в физическом смысле аргументов, имеющих размерность не «поток», а «запас», что диктуется спецификой соотношения между урожаем или уловом с одной стороны и питательными веществами или биомассой – с другой. Производственная функция Либиха была впервые предложена Э. Ланцером и К. Пэрисом [2]. Фактически она представляет собой математическую формулировку «закона минимума» Либиха [3]. Этот закон гласит, что продуктивность культурных растений определяется тем минеральным элементом, который содержится в почве наиболее скудно.

В математической экономике производственные функции Леонтьева и Либиха не выводятся, а просто постулируются. Формально функция Леонтьева может быть получена из производственной функции с постоянной эластичностью замещения CES, как это сделано, например, в работе [4]. Однако и сама функция CES представляет собой не более чем удобную математическую конструкцию.

В масштабах предприятия или целой отрасли хозяйства путь от первичных ресурсов к конечному продукту пролегает через длинную и, вообще говоря, разветвленную цепь «элементарных» преобразовательных звеньев вход-выход (input-output, IO) по типу изображённого на Рисунке 1. В такой цепи продукт одного звена служит ресурсом для другого. Мы ограничиваемся рассмотрением цепей со сходящейся структурой, в которых производится один продукт из многих ресурсов. На Рисунке 2 приведён пример подобной цепи с шестью начальными поставщиками.

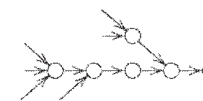


Рисунок 2 – Пример логистической цепи со сходящейся структурой. Кружки означают производственные звенья, а стрелки – материальные потоки.

Эмпирические исследования показывают [5], что по крайней мере в краткосрочном периоде агрегированная производственная функция отрасли во многих случаях удовлетворительно аппроксимируется функцией Леонтьева, то есть в каждый момент времени оказывается зависящей не от всего количества факторов производства, а